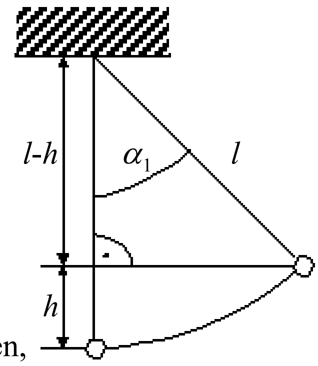
Versuch 3: Geschwindigkeit bei Stoßvorgängen

Theoretische Grundlagen:

I. Herleitung einer Gleichung zur Berechnung der Geschwindigkeit des Pendelkörpers im tiefsten Punkt seiner Bahn, aus dem Energieerhaltungssatz (Masse, Pendellänge und Auslenkwinkel wurden gemessen).

$$E_{kin} = E_{pot}$$
$$\frac{m}{2} \cdot v_1^2 = m \cdot g \cdot h$$
$$v_1 = \sqrt{2g \cdot h}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{l-h}{l}$$
$$l \cdot \cos\alpha_1 = l - h$$
$$h = l \cdot (1 - \cos\alpha_1)$$



$$\underline{\underline{v_1 = \sqrt{2g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha_1)}}}$$

Es sind nur Pendellänge l und Auslenkwinkel α_1 zu messen, Geschwindigkeit v_1 ist unabhängig von der Masse m.

II. Wie groß ist die gemeinsame Geschwindigkeit von Pendelkörper und Sandsack unmittelbar nach deren unelastischen Zusammenstoß?

$$v_{ende} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \quad \textit{(ideal)} \qquad v_2 = 0$$

$$\underline{\underline{v_{ende} = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}}}$$

III. Herleitung der Gleichung, in der die Geschwindigkeit des Pendelkörpers unmittelbar vor dem Stoß mit der maximalen Auslenkung nach dem Stoß verknüpft wird und mit der die Geschwindigkeit des Pendelkörpers vor dem Stoß ermittelt werden kann.

$$E_{kin} = E_{pot}$$
$$\frac{(m_1 + m_2)}{2} \cdot v_{ende}^2 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$
$$\frac{v_{ende}^2}{2} = g \cdot h$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{l-h}{l}$$
$$l \cdot \cos\alpha_2 = l - h$$
$$h = l \cdot (1 - \cos\alpha_2)$$

$$\frac{v_{ende}^2}{2} = g \cdot l(\cdot 1 - \cos\alpha_2) \qquad v_{ende} = \frac{m_1 \cdot v_1}{(m_1 + m_2)}$$

$$\frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha_2) \cdot 2$$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot \sqrt{2g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha_2)}$$

Aufgaben:

1. Bestimmen der Pendellänge l und des anfänglichen Auslenkwinkels α_1 eines Fadenpendels (bifilar aufgehängter Pendelkörper).
   Berechnung der Geschwindigkeit des Pendelkörpers im tiefsten Punkt P der Bahn, aus oben bestimmten Größen.

$$l = 39cm$$
$$\alpha_1 = 30°$$

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha_1)}$$

$$v_1 = 1{,}01232\frac{m}{s}$$

Einheitenbetrachtung:

$$[v_1] = \sqrt{\frac{m}{s^2} \cdot m} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s}$$

1. Der Pendelkörper wird aus der gleichen Startposition so auf einen ebenfalls bifilar aufgehängten, zunächst ruhenden Sandsack stoßen, dass es in Punkt P zu einem unelastischen, geraden und zentralen Stoß kommt.
   Ermitteln des gemeinsamen maximalen Auslenkwinkels α_2 der Körper sowie die Masse des Pendelkörpers (m_k) und die Masse des Sandsacks (m_s).
   Berechnen der Geschwindigkeit des Pendelkörpers unmittelbar vor dem Stoß.

$$\alpha_2 = 25°$$

$$m_k = 199{,}6g$$
$$m_s = 77{,}3g$$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot \sqrt{2g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha_2)}$$

$$v_1 = 1{,}17442\frac{m}{s}$$

Einheitenbetrachtung:

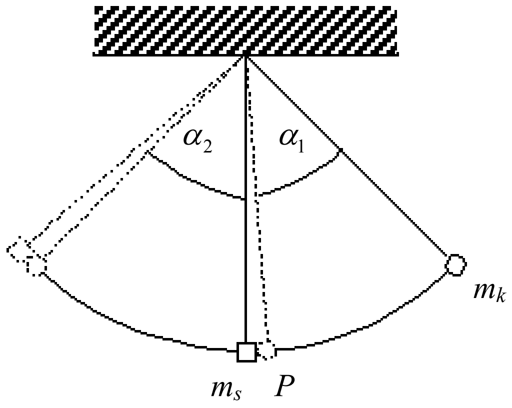
$$[v_1] = \frac{kg}{kg} \cdot \sqrt{\frac{m}{s^2} \cdot m} = 1 \cdot \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s}$$

2. Vergleichen der beiden Geschwindigkeiten.

$$v_1 = 1{,}01232\frac{m}{s}$$
$$v_2 = 1{,}17772\frac{m}{s}$$
$$\Delta v = 0{,}16209\frac{m}{s}$$

v_1 ist wahrscheinlicher, da in dieser Formel weniger Größen einzusetzen sind und so weniger Messfehler in der Rechnung auftreten, dadurch wird das Ergebnis genauer.

Experimentieranordnung:



Geräte:

Waage
Pendelkörper
Sandsack
Lineal
Winkelmesser

Fehlerbetrachtung:

Systematische Fehler:

- ☑ Ungenauigkeit der Messmittel (Abweichung je nach Genauigkeitsklasse)
- ☑ Auftreten von Verformungsenergien am Sandsack
- ☑ nicht reibungsfrei aufgehängt
- ☑ Masse keine Punktmasse
- ☑ keine reibungsfreie Schwingung
- ☑ Faden nicht masselos

Zufällige Fehler:

- ☑ Ungenaues Ablesen der Messgeräte
- ☑ Ungenaues Bestimmen der Auslenkwinkel