

Versuch 3: Bestimmung des Volumenausdehnungskoeffizienten γ von Luft

Theoretische Grundlagen:

I. Theoretische Bestimmung des vom Wassertropfen eingeschlossenen Gases nach Versuchsaufbau.

Volumen des Erlenmeyerkolbens:

1. Gerader Kegelstumpf
(Boden bis Knick):

$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot h_1 (r_2^2 + r_2 \cdot r_1 + r_1^2)$$

2. Kegel (Knick bis Stopfen):

$$V_2 = \pi \cdot r_3^2 \cdot h_2$$

3. gerader Hohlzylinder
(in Erlenmeyerkolben ragendes Rohr):

$$V_3 = \pi \cdot h_5 (r_4^2 - r_5^2)$$

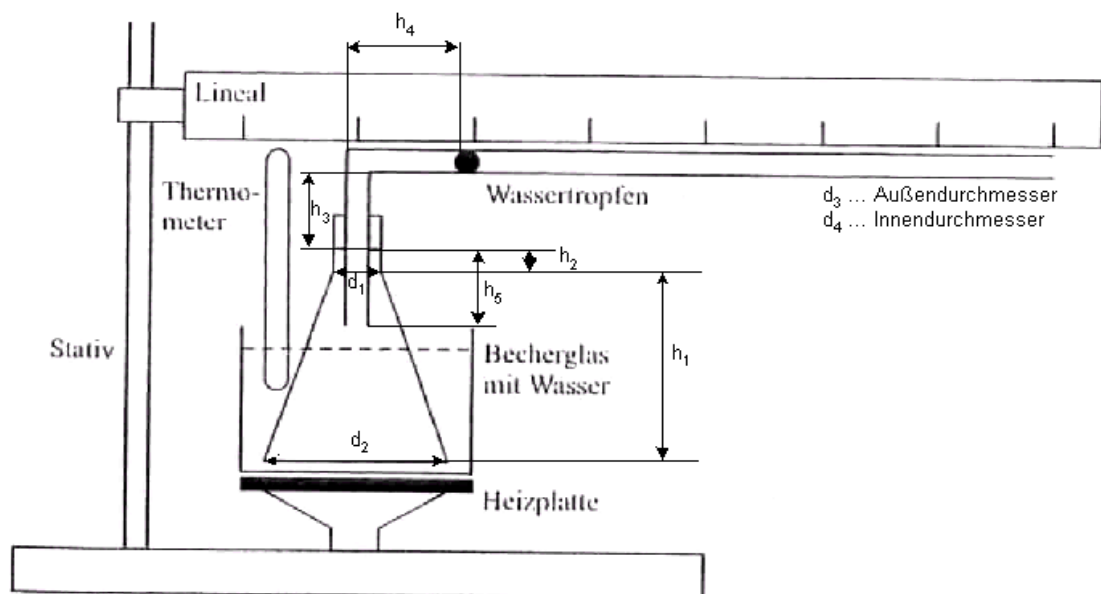
Volumen des Glasrohrs:

4. Kegel (Stopfen bis Knick):

$$V_4 = \pi \cdot r_4^2 \cdot h_3$$

5. Kegel (Knick bis Wassertropfen):

$$V_5 = \pi \cdot r_4^2 \cdot h_4$$



Radien und Durchmesser mit gleichen Indizes sind bis auf den Faktor 2 äquivalent.

$$\Leftrightarrow d_k = \frac{r_k}{2} \quad k \in \{1;2;3;4\}$$

Gesamtvolumen:

$$V_0 = V_1 + V_2 - V_3 + V_4 + V_5$$

$$V_0 = \left[\frac{\pi}{3} \cdot h_1 (r_2^2 + r_2 \cdot r_1 + r_1^2) \right] + [\pi \cdot r_1^2 \cdot h_2] - [\pi \cdot h_5 (r_3^2 - r_4^2)] + [\pi \cdot r_4^2 \cdot h_3] + [\pi \cdot r_4^2 \cdot h_4]$$

$$V_0 = \pi \left[\left[\frac{1}{3} \cdot h_1 (r_2^2 + r_2 \cdot r_1 + r_1^2) \right] + [r_1^2 \cdot h_2] - [h_5 (r_3^2 - r_4^2)] + [r_4^2 (h_3 + h_4)] \right]$$

Fehlerbetrachtung für diese theoretische Überlegung:

- ☒ Wassertropfen besitzt keine gerade (regelmäßige) Oberfläche
↳ Ungenauigkeit der Volumenberechnung
- ☒ Knick des Glasrohrs ist nicht eckig

II. Verschiedene Formeln für die Berechnung der Volumenarbeit W.

1. isobar:

$$W = -p \cdot \Delta V$$

Einheitenbetrachtung:

$$[W] = Pa \cdot m^3 = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2} \cdot m^3 = J$$

2. isochor:

$$W = 0$$

Einheitenbetrachtung:

$$[W] = J$$

3. isotherm:

$$W = -m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Einheitenbetrachtung:

$$[W] = kg \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \cdot K \cdot \frac{m^3}{m^3} = J$$

4. adiabatisch:

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Einheitenbetrachtung:

$$[W] = J$$

Versuchsdurchführung:

Bevor man den Versuch anhand der Experimentieranordnung aufgebaut, misst man, unter Zuhilfenahme eines Lineals, den Innendurchmesser des Glasrohres. Weiterhin füllt man den Erlenmeyerkolben randvoll mit Wasser und gießt dieses in einen Messzylinder. Anhand der Messskala des Zylinders kann man das Volumen des Erlenmeyerkolben bestimmen.

Nun beginnt man den Versuch, nach richtigem Aufbau, indem man den Erlenmeyerkolben in ein Becherglas mit Wasser stellt, welches auf einer, vorerst ausgeschalteten, Heizplatte steht. Um eine kontinuierliche Temperaturmessung durchführen zu können platziert man ein Thermometer in dem Wasserbad. Als nächstes misst man die Anfangstemperatur (T_0) des Wassers und schaltet nun die Heizplatte ein. Durch die Er-

wärmung des Wassers dehnt sich die Luft aus und der Wassertropfen im Glasrohr bewegt sich.

Die durch die Erwärmung sich kontinuierlich vollziehende Längenänderung Δl (Messmittel: Lineal) wird mit den zugehörigen Temperaturwerten (Messmittel: Thermometer) aufgenommen. Aufgrund der hohen Messfehleranfälligkeit sowie der schnellen Ausdehnung des Gases wird der Versuch mehrmals mit jeweils der gleichen Ausgangstemperatur wiederholt. ($\Delta T = 7,3 \mid \Delta V = 4,24$)

Messwerte:

r in cm	0,3
l_0 in cm	15,5
T_0 in K	291,85

ΔT in K	0,3	0,8	1,3	1,8	2,3	2,8	3,3	3,8	4,3	5,8	6,8	7,3
Δl in cm	1	2	3,5	5,5	6,5	7	8	10	11	12,5	13,5	15
ΔV in cm^3	0,28	0,57	0,99	1,56	1,84	1,98	2,26	2,83	3,11	3,53	3,82	4,24
ΔT in K	0,3	0,8	1,3	1,8	2,3	2,8	3,3	3,8	5,3	5,8		
Δl in cm	2	3	5,5	6,5	7,5	9,5	10	11	12	15		
ΔV in cm^3	0,57	0,85	1,56	1,84	2,12	2,69	2,83	3,11	3,39	4,24		

$$\Delta V = \pi r^2 \Delta l = \frac{\pi}{4} d^2 \Delta l \quad \left| \quad \Delta l = l - l_0 \quad \left| \quad \Delta T = T - T_0 \right. \right.$$

Aufgaben:

- Bestimmen des Anfangsvolumens V_0 .

Da die unter I. aufgezeigte Möglichkeit, das Anfangsvolumen V_0 theoretische zu bestimmen, in der Praxis sehr diffizil beziehungsweise nur mit großen Fehlern durchzuführen ist, bestimmt man das Anfangsvolumen V_0 wie in der *Versuchsdurchführung* beschrieben.

$$V_R = \pi \cdot r^2 l_R = \frac{\pi}{4} d^2 l_R$$

$$V_R = 90,95696 cm^3$$

$$V_E = 230,5 cm^3$$

$$V_0 = V_R + V_E$$

$$\underline{\underline{V_0 = 321,45696 cm^3}}$$

2. Berechnung des Volumenausdehnungskoeffizienten γ der Luft mit den Messwerten und Vergleich mit dem kubischen Ausdehnungskoeffizienten des idealen Gases. Begründung der berechneten Abweichung.

über die Messwerte:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T}$$

$$\gamma_1 = 1,8068 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \quad (\Delta T = 7,3s \mid \Delta V = 4,24cm^3)$$

$$\gamma_2 = 2,2741 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \quad (\Delta T = 5,8s \mid \Delta V = 4,24cm^3)$$

$$\underline{\underline{\bar{\gamma} = 2,0405 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}}}$$

Einheitenbetrachtung: $[\gamma] = \frac{m^3}{m^3 \cdot K} = \frac{1}{K}$

über das Ideale Gas:

$$\gamma = \frac{1}{273,15K}$$

Messfehlerberechnung:

$$\begin{aligned} \delta\gamma_{\%} &= \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \cdot 100\% \\ &= \underline{\underline{\pm 44,26\%}} \end{aligned}$$

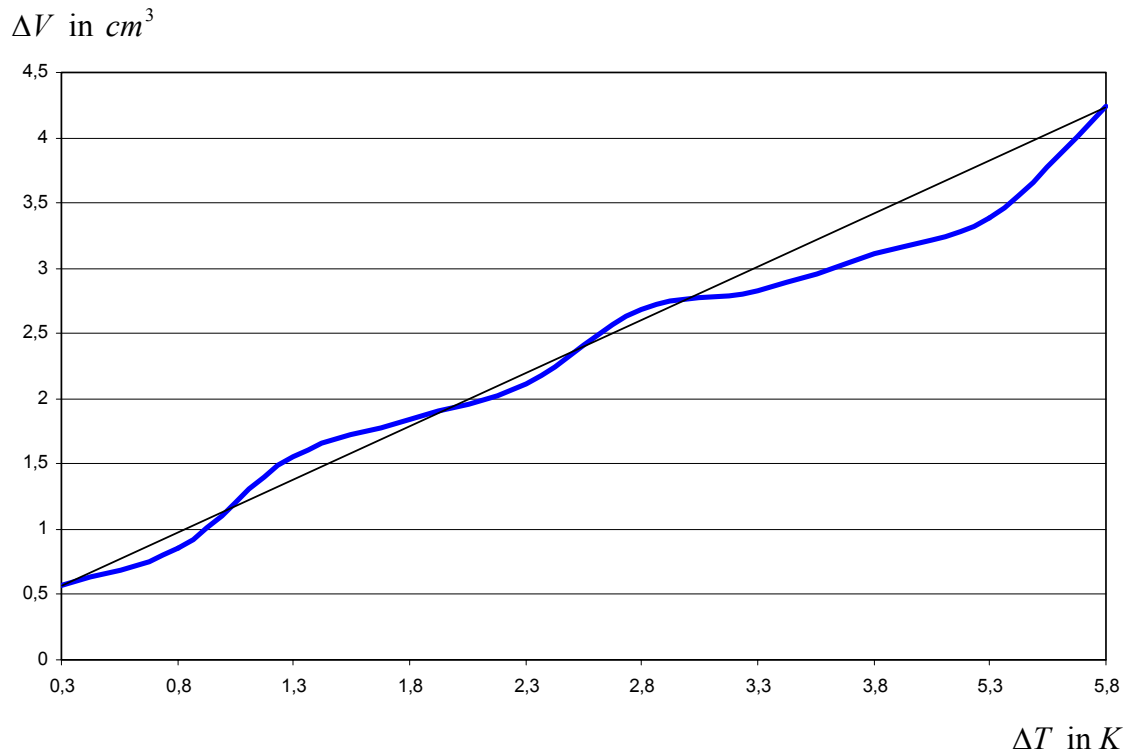
Der prozentuale Messfehler begründet sich durch die diffizile Experimentieranordnung, als auch durch die Nichtannahme des Modells „Ideales Gas“. Zudem ist das Anfangsvolumen V_0 nur ungenau zu bestimmen.

3. Begründung, warum die Ausdehnung des Glasgefäßes nur einen geringen Einfluss auf die Messwerte hat.

Der Volumenausdehnungskoeffizient γ_{Glas} [$\gamma_{solid} = 3\alpha$] von Glas $\left(3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}\right)$ ist nur ein Bruchteil des Volumenausdehnungskoeffizient γ_{ideal} des idealen Gases $\left(\frac{1}{273,15K}\right)$ sowie nur ein Bruchteil des Volumenausdehnungskoeffizienten γ_{Luft} von Luft

$\left(2,0405 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}\right)$. Deshalb ist die Volumenänderung ΔV des Glasgefäßes unerheblich und braucht hier nicht weiter betrachtet zu werden (siehe *Fehlerbetrachtung*).

4. Darstellung der Volumenänderung ΔV der Luft in Abhängigkeit von der Temperaturänderung ΔT .



5. Berechnung der Volumenarbeit W , die von der eingeschlossenen Luftmenge im Experiment verrichtet wurde.

Formel 1, da sich Volumen und Temperatur ändern und der Druck konstant ist:

$$W = -p \cdot \Delta V$$

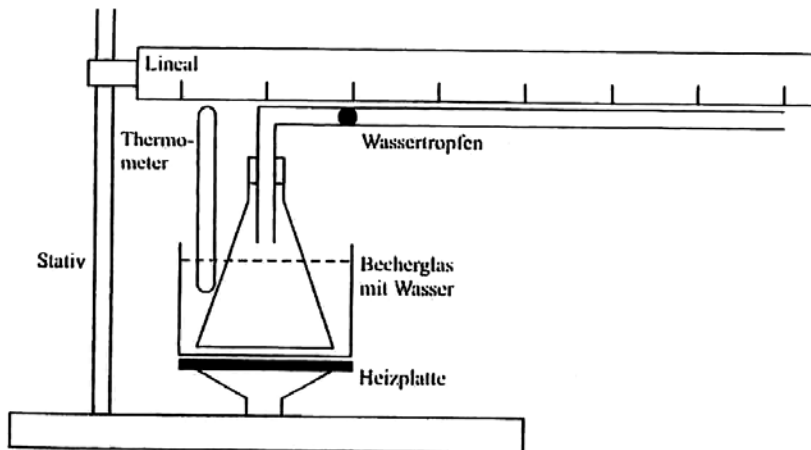
$$p = 101,325 kPa \text{ (Normaldruck)}$$

$$\underline{\underline{W = -0,429618 J}}$$

Geräte:

- Heizplatte
- Stromquelle für die Heizplatte
- Erlenmeyerkolben
- Becherglas
- Thermometer
- Stativmaterial
- Lineal
- L-förmiges Glasrohr

Experimentieranordnung:



Deutung:

Aufgrund der diffizilen Experimentieranordnung entsteht ein hoher Messfehler. Der Wert des Volumenausdehnungskoeffizienten γ_{Luft} weicht um 44,26% vom Wert γ_{ideal} des idealen Gases ab, γ_{Luft} ist um ca. $1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$ geringer.

Fehlerbetrachtung:

Systematische Fehler:

- ☑ Ungenauigkeit der Messgeräte (Abweichungen nach Genauigkeitsklassen)
- ☑ Rundung der Messwerte durch die Messgeräte
- ☑ Wassertropfen besitzt keine gerade (regelmäßige) Oberfläche
 - ↳ Ungenauigkeit des Volumenberechnung
- ☑ Ausdehnung des Glasgefäßes wird vernachlässigt
- ☑ Gas kompressibel \Rightarrow keine ideale Volumenänderung
- ☑ Volumina des Glasrohres und des Schlauches werden gerundet beziehungsweise geschätzt \Rightarrow Abweichung des ermittelten Wertes vom tatsächlichen V_0
- ☑ Nichtannahme des Modells „Ideales Gas“

Zufällige Fehler:

- ☑ Entstehung von Messfehlern durch subjektives Ablesen der Messgeräte
- ☑ Der Stopfen schließt das System nicht komplett ab \Rightarrow Luft kann entweichen
 - ↳ Ungenauigkeit der Messwerte